Trabajo $n°3$: (a entregar por el 3o mayo 2004)

Sea l^2, el espacio de Hilbert de las seguidas $x = (x_0, x_1, x_2, ...)$ con $x_i \in C$ y tal que

$$\sum_{i \in N} |x_i|^2 < \infty$$

El producto escalar en l^2 es definido por

$$< x|y >= \sum_{i \in N} x_i^* y_i$$

Podemos usar una matrice infinita $(t_{ij})_{i,j \in N}$ para definir un operador lineal de l^2 en l^2. La definición de tal operador es la siguiente:

$$(Tx)_i = \sum_{j \in N} t_{ij} x_j$$

En este ejercicio, vamos a considerar el operador definido por la matrice infinita siguiente:

$$t_{ij} = 0 \text{ si } j \neq i + 1$$

$$t_{i,i+1} = \tau_i$$

donde (τ_i) es una seguida acotada. Eso sognifica que existe un supremum a esta seguida. Matematicamente eso va a traducirse por el siguiente hecho:

(τ_i) es una seguida acotada $\Rightarrow \exists M$ tal que

$$M = \sup_{i \in N} |\tau_i|$$

(1) Usando esta propiedad, probar que el operador T asi definido es acotado.

(2) Hallar su norma $||T||$.

(3) Hallar el adjunto del operador T.