

# Proyecto Resonancias del Bajío

Oscilador Armónico Amortiguado-Forzado

## Objetivos

- Modelar y resolver una ecuación diferencial que representa una situación real.
- Aplicar métodos de ajuste para estimar una variable física que es el coeficiente de amortiguamiento en un oscilador amortiguado.
- Comparación teórico experimental de un fenómeno resonante.

## Instrucciones

### **Organización y roles**

Cada miembro del equipo elige un rol que trae consigo un número de responsabilidades. Estos roles son creados para asegurar la participación activa de cada uno de los miembros del equipo y deben cambiar en cada proyecto:

- Líder de proyecto: Encargado de la organización del equipo, así como de la comunicación y eficiencia del mismo.
- Secretario: Encargado de tener disponible la documentación generada por el equipo, orden y limpieza de los documentos.
- Reportero: Toma nota de las actividades de cada uno de los miembros del equipo, sabe lo que cada uno hace en las juntas y cómo se llegó a un acuerdo o a una conclusión de equipo.

El equipo debe determinar las fechas y horarios de al menos dos sesiones de trabajo en equipo, que deberán ser grabadas, para asignar tareas a cada integrante y llevar a cabo los siguientes pasos:

### **Investigación**

Consideremos un péndulo de masa  $m$  (de 1 a 2 kg) suspendido por una cuerda de longitud  $L$  (2 metros) de masa despreciable en el origen de coordenadas dos dimensional. Su posición en cada instante  $t$  viene determinada por el ángulo  $\theta(t)$  que forma la cuerda en el instante  $t$  con el eje vertical del péndulo, medido en sentido contrario al del movimiento de las agujas del reloj.

Las fuerzas que actúan sobre la masa son: la tensión  $T$  de la cuerda, el peso  $mg$  del cuerpo ( $m$  es la masa y  $g$  la constante gravitacional) y una fuerza de amortiguamiento  $R=-bv$ , donde  $v$  es la velocidad y  $b$  el coeficiente de amortiguamiento de fuerza (por ser de amortiguamiento, la fuerza es contraria al movimiento).

En la dirección del segmento que une el punto de soporte del péndulo con la masa (dirección

radial), la fuerza neta es cero, ya que en esa dirección la masa está en equilibrio. Por otra parte, en la dirección del movimiento del péndulo (dirección tangencial) actúa la componente tangencial del peso que es  $-mg \sen\theta$ .

De acuerdo con la segunda ley de Newton, tenemos en la dirección tangencial:

$$ma = -mg \sen\theta - bv$$

donde  $a$  es la aceleración de la masa  $m$ .

### **Proyecto**

Las siguientes actividades te guiarán para la solución del problema:

1. La relación de la longitud de arco y radio es  $s=R\theta$  ( $\theta$  en radianes,  $s$  longitud de arco). Representa la ecuación diferencial con variable ángulo  $\theta$  (en radianes) y tiempo  $t$  (en segundos).
2. Usa  $L=2m$  y  $m=1.5$  kg y resuelve analíticamente la ecuación diferencial usando la aproximación  $\sen\theta \approx \theta$ .
3. Construye un péndulo simple de 2m de longitud y 1.5 kg de masa y perturba con ángulo  $\theta$  (jala y suelta el péndulo con un ángulo de  $10^\circ$  a  $15^\circ$ ). Un integrante del equipo debe grabar el video del movimiento del péndulo (de 5 a 6 minutos aproximadamente).
4. Con el video, toma datos (ángulo vs tiempo) con intervalos de tiempo aproximados a un octavo de periodo (un periodo es el tiempo que le toma dar una vuelta completa) (TABLA I).
5. Con el video, toma datos (máximo ángulo vs tiempo) y elabora una tabla midiendo simultáneamente el ángulo máximo y tiempo (TABLA II).
6. Ajusta los datos de la TABLA II a un modelo exponencial  $\theta(t) = \theta_o e^{-b/2m t}$  donde  $\theta_o$  es el ángulo inicial y el parámetro de ajuste es  $b$ .
7. Usa el valor  $b$  para resolver la ecuación diferencial por un método numérico y sin usar la aproximación de (2).
8. Compara gráficamente: datos experimentales (las mediciones de la TABLA I), solución a la ecuación diferencial por el método analítico (punto 2) y solución numérica de la ecuación diferencial.
9. Responde las siguientes preguntas clave:
  - ¿Los resultados son los mismos?
  - ¿Por qué se obtienen estas soluciones?
  - ¿Qué significan los valores encontrados en cada paso de la solución?
  - ¿Cómo podría usarse esta información?
  - ¿Qué otras aplicaciones tendría una ecuación como la que se planteó en este proyecto?
10. Incluir un fuerza de forzamiento al sistema y volver a encontrar ángulo contra tiempo. Comparar datos experimentales con la solución numérica.

$$ma = -mg \sen\theta - bv + Fo \sin(\omega t)$$

El reporte del proyecto debe incluir:

- Introducción
- Resumen
- Marco teórico
- Desarrollo de la solución
- Resultados
- Conclusiones
- Referencias
- Liga de acceso a los videos de las sesiones (mínimo 2) de trabajo en equipo.
  - Cada grabación debe durar al menos 10 minutos.
  - En cada sesión debe observarse la participación de todos los miembros del equipo.
  - En caso de no contar con las grabaciones de las sesiones de trabajo en equipo, el proyecto NO será evaluado.

## Especificaciones de Entrega

**Modalidad:** Colaborativa

**Formato de entrega:** Portable Document Format (.pdf) y Excel (.xlsx)

**Tiempo estimado de realización:** 15 horas

**Nombre del entregable:** proyecto3\_equipoX