Movimiento Periódico

Es un movimiento de un cuerpo que se repite regularmente;
el cuerpo regresa a una posición dada despues de un intervalo fijo
de tiempo

Movimiento Armónico Simple

Es un movimiento periódico en el cual la fuerza que actúa sobre el cuerpo es proporcional a la posición del cuerpo respecto del punto de equilibrio y dirigida hacia la posición de equilibrio.

Movimiento Armónico Simple

Primer caso

Ley de Hooke

$$F = -kx$$

Fuerza restauradora

x es la elongación; lo estirado ó comprimido del resorte y k la constante del resorte.

De la segunda ley de Newton

$$-kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{d^2t} = -\frac{k}{m}x$$

Redefiniendo $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$\boxed{\frac{d^2x}{d^2t} = -\omega^2 x}$$

Todo movimiento armónico simple debe cumplir con una ecuación diferencial como esta.

Las funciones seno y coseno son solución a esta ecuación

$$\boxed{\frac{d^2x}{d^2t} = -\omega^2 x}$$

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

ó

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \phi)}$$

Donde A, ω y ϕ son Constantes.

A es la amplitud y es la distancia máxima que se puede desplazar el objeto.
ω es la frecuencia angular.
ϕ constante de fase.
(ωt + ϕ) se llama fase del movimiento.

Periodo *T*

Es el intervalo de tiempo necesario para que las partículas recorran un ciclo completo de un movimiento.

$$\boxed{x(t+T) = x(t)}$$

Por otro lado, la función coseno tiene periodo 2π

$$\cos(t) = \cos(t + 2\pi)$$

$$\cos(\omega(t+T)+\phi) = \cos(\omega t + \phi + 2\pi)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

Frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Velocidad angular

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

O bien en función de la masa y la constante del resorte

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

PREGUNTA

Un cuerpo de masa *m* se cuelga de un resorte y se pone a oscilar. Se mide el tiempo de oscilación para determinar *T*. Si es cambiado el objeto m por uno de masa *2m*, ¿cuál es el nuevo periodo?

Velocidad y Aceleración

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin\left(\omega t + \phi\right)$$

$$a = \frac{d^2 x}{d^2 t} = -\omega^2 A \cos\left(\omega t + \phi\right)$$

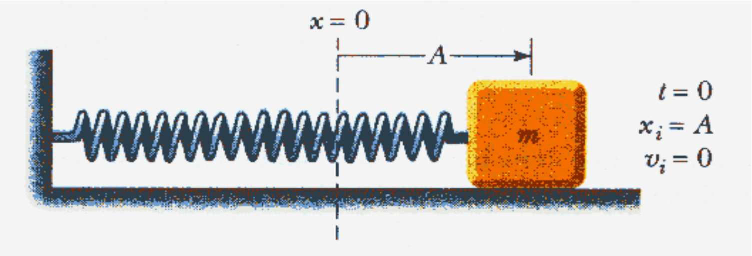
Como evaluar las constantes

ω se evalúa con $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

A y ϕ dependen de la posición inicial (t=0)

Ejemplo

Suponiendo que iniciamos el movimiento al tirar de la masa, desde el equilibrio, por una distancia L y soltarla desde el reposo en $t = 0$.



Condiciones iniciales

$$x(0) = L\cos\phi = L$$
$$v(0) = -\omega L\sin\phi = 0$$

Por tanto

$$\phi = 0$$

El movimiento queda determinado por

$$x(t) = L\cos\omega t$$

$$x(t) = L\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

Ejemplos

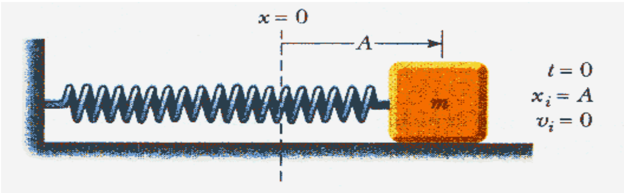
Un bloque de 200 g conectado a un resorte ligero para el cual la constante de resorte es 12 N/m esta libre para oscilar sobre una superficie horizontal sin fricción. El bloque se desplaza 7.0 cm desde el equilibrio y se suelta desde el reposo, como en la figura

a)Encuentre el periodo de su movimiento

b)Determine la rapidez máxima del bloque.

c)¿Cuál es la aceleración del bloque?

d)Exprese la posición, rapidez y aceleración como función del tiempo.



Un oscilador armónico simple tarda 12.0 s para experimentar cinco vibraciones completas. Hállese a) El periodo de su movimiento, b) la frecuencia en hertz(1/s) y c) la frecuencia angular en radianes por segundo.