Movimiento armónico simple

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d^2 x}{d^2 t} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

http://www.walter-fendt.de/ph14s/springpendulum_s.htm

Velocidad en función de la posición

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

Recordando la identidad

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \longrightarrow \sin x = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x}$$

Por tanto

$$v = \pm\omega A\sqrt{1 - \cos^2(\omega t + \phi)}$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - A^2\cos^2(\omega t + \phi)}$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Energía Cinética y potencial

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

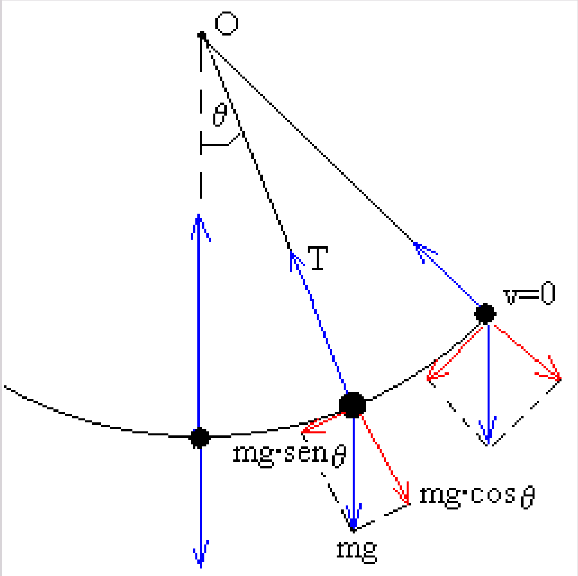
$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

Energía Mecánica

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$E = \frac{k A^2}{2}$$

El péndulo simple



$$F_t = -mg\sin\theta = m\frac{d^2 s}{dt^2}$$ Con $$s = L\theta$$
θ en radianes

$$\frac{d^2 L\theta}{dt^2} = -g\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

Para ángulos pequeños $\sin\theta \approx \theta$ $\longrightarrow$ $$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta}$$

Por tanto por analogía

$$\boxed{\omega^2 = \frac{g}{L}}$$ y $$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

http://www.walter-fendt.de/ph14s/pendulum_s.htm

Oscilador Amortiguado

Fuerza retardadora dependiente de la velocidad

$$R = -bv$$

b es llamado coeficiente de amortiguamiento

Para una fuerza de este tipo

$$\sum F_x = -kx - bv = ma$$

$$-kx - bv = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

La solución a esta ecuación diferencial es

$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \theta)$$

donde

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_o - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

http://saturno.fmc.uam.es/web/fisicaI/lec3/mas_amortiguado/mas_amortiguado.html

Oscilador Forzadas

Fuerza externa que varía periodicamente

$$F(t) = F_o \sin(\omega t)$$

F_o es constante y ω es la frecuencia de la fuerza

Para una fuerza de este tipo

$$\sum F = F_o \sin(\omega t) - bv - kx = ma$$

O bien

$$F_o \sin(\omega t) - b\frac{dx}{dt} - kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

La solución a esta ecuación diferencial es

$$x = A\cos(\omega t + \theta)$$

donde

$$A = \frac{F_o / m}{\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_o^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$

y

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

http://saturno.fmc.uam.es/web/fisicaI/lec3/mas_forzado/mas_forzado.html

http://www.walter-fendt.de/ph14s/cpendula_s.htm