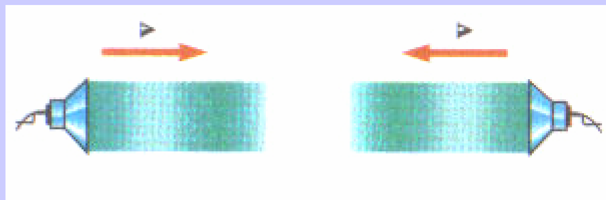
Ondas estacionarias

Son ondas que no tienen sentido del movimiento en la dirección de propagación de la onda.



Considerando dos ondas de la misma amplitud, frecuencia y núero de ondas pero en sentido contrario

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t) \qquad y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

$$y = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

Utilizando la identidad trigonométrica

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

Tenemos

$$y = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

$$y = A(\sin kx \cos \omega t - \cos kx \sin \omega t)$$

$$+ A(\sin kx \cos \omega t + \cos kx \sin \omega t)$$

$$\boxed{y = 2A\sin kx \cos \omega t}$$

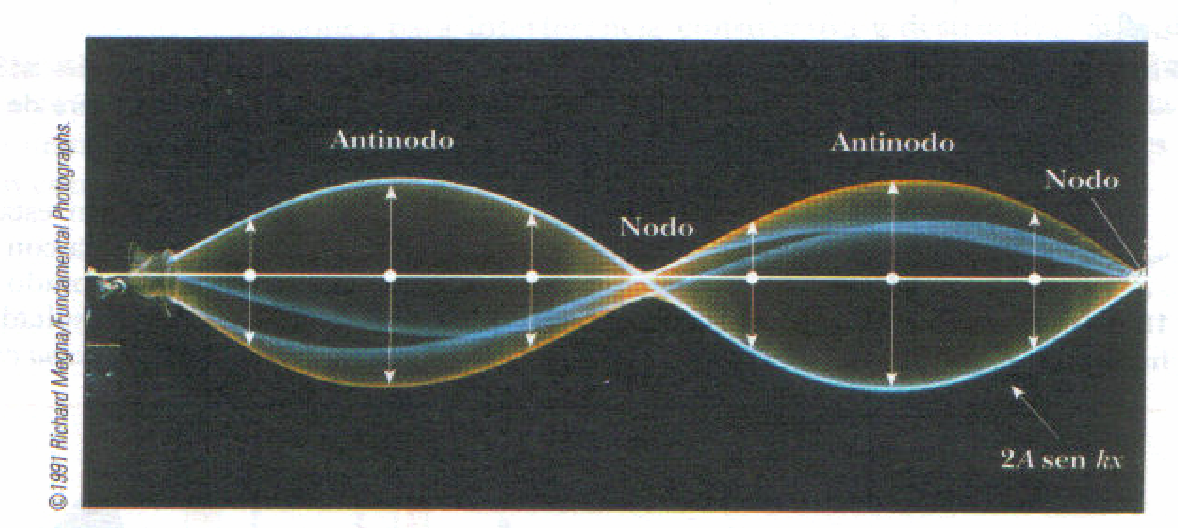
Función de onda de una onda estacionaria.

$$\boxed{y = 2A\sin kx\cos\omega t}$$

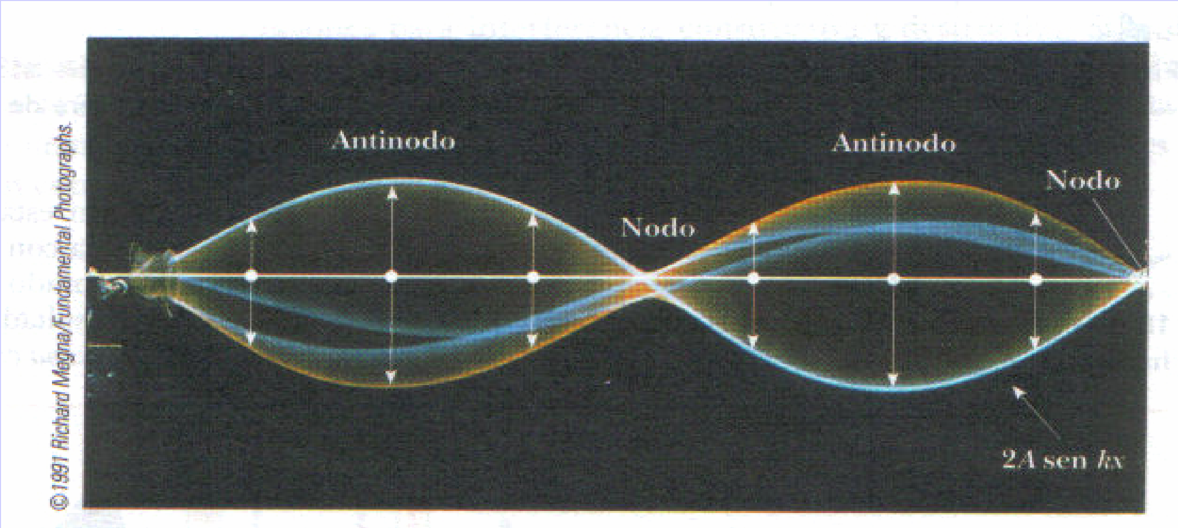
Esta expresión no contiene la expresión kx-ωt por lo que no es una onda viajera.

La onda estacionaria tiene un término oscilante con otro estacionario.

Cada elemento del medio oscila en un movimiento armónico simplecon una misma frecuencia pero con diferente amplitud.



Para cada elemento la amplitud cambia $2A \sin kx$



La mínima amplitud de un elemento del medio es cuando

$$\sin kx = 0$$

O bien

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots.$$

y utilizando $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Obtenemos

$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda \ldots$$

Nodos

El elemento con mayor amplitud es cuando

$$\sin kx = 1$$

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, ... = \frac{(2n-1)\lambda}{4}$$ Con n=1,2,3,4,5,6....

La distancia entre nodos adyascentes es $\lambda/2$.
La distancia entre antinodos adyascentes es $\lambda/2$.
La distancia entre nodos y antinodos adyascentes es $\lambda/4$.

Ejemplo

Dos ondas que se desplazan en direcciones opuestas producen una onda estacionaria. Las funciones de onda individuales son

$$y_1 = (4cm)\sin(3x - 2t) \qquad y_2 = (4cm)\sin(3x + 2t)$$

donde x y y se miden en centímetros.

(a) Encuentre la amplitud de movimiento armónico simple del elemento del medio localizado en x=2.3cm.

$$y = y_1 + y_2 \qquad y = 2A\sin(kx)\cos(\omega t) \qquad y = (8cm)\sin(3x)\cos(2t)$$

En x=2.3cm

$$y = (8cm)\sin(3(2.3))\cos(2t) = (4.6cm)\cos 2t$$

La amplitud es 4.6cm.

(b) Encuentre las posiciones de los nodos y antinodos si un extremo de la cuerda está en *x=0*

Nodos $$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3}\,cm$$

$$x = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{2}\,cm = n\left(\frac{\pi}{3}\right)cm \qquad \text{donde} \qquad n = 0,1,2,3,...$$

Antinodos

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2n+1)\frac{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{4}\,cm = (2n+1)\left(\frac{\pi}{6}\right)cm \qquad n = 0,1,2,3,...$$

(c) Cuál es el máximo valor que toma un punto en un antinodo